

承载传动误差最小的高重合度弧齿锥齿轮 波动齿面设计

牟彦铭^{1,2}, 何雪明^{1,2}, 方宗德³

(1. 江南大学 江苏省食品先进制造装备技术重点实验室, 江苏 无锡 214122;

2. 江南大学 机械工程学院, 江苏 无锡 214122;

3. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为改善航空弧齿锥齿轮的承载啮合性能, 结合 ease-off 技术提出一种波动齿面设计方法以降低高重合度弧齿锥齿轮的承载传动误差。鉴于中凹型修形曲线(修形齿面的几何传动误差曲线)可极大地减小高重合度弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值, 创建一种与高重合度相适应的波动齿面修形模型; 结合 ease-off 技术建立以降低承载传动误差波动幅值为目标的优化模型; 通过优化得到具有良好啮合性能的高重合度弧齿锥齿轮。分析发现: 优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值降低了 34.152%, 而由波动齿面设计方法所得改进修形弧齿锥齿轮的承载传动误差进一步降低了 61.492%, 有效地改善了高重合度弧齿锥齿轮传动性能, 为高性能弧齿锥齿轮齿面设计奠定理论基础。

关 键 词: 高重合度弧齿锥齿轮; 波动齿面设计; 承载传动误差; 动力学分析; ease-off 技术

中图分类号: V233.1; TH132.41

文献标志码: A

Wave tooth surface design of high contact ratio spiral bevel gear with minimum loaded transmission error

MU Yanming^{1,2}, HE Xueming^{1,2}, FANG Zongde³

(1. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology,

Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;

2. School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;

3. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To improve the meshing performance of spiral bevel gear, a novel wave tooth surface design method was proposed to reduce the loaded transmission error of high contact ratio spiral bevel gear based on the ease-off technology. In view of the fact that the concave transmission error can reduce the loaded transmission error of high contact ratio spiral bevel gear transmission, the wave tooth surface modification model suitable for the high contact ratio was established. Based on the ease-off technology, an optimization model with the pinion processing parameters as the optimization variable was established for reducing the loaded transmission error

收稿日期: 2020-11-23

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(JUSRP12059);

江苏省食品先进制造装备技术重点实验室自主资助基金(FMZ202021); 国家自然科学基金(51975251, 51375384)

作者简介: 牟彦铭(1987—), 男, 讲师, 博士, 主要从事弧齿锥齿轮动力学与齿面设计研究。

引用格式: 牟彦铭, 何雪明, 方宗德. 承载传动误差最小的高重合度弧齿锥齿轮波动齿面设计[J]. 航空动力学报, 2021, 36(10): 2080-2089. MU Yanming, HE Xueming, FANG Zongde. Wave tooth surface design of high contact ratio spiral bevel gear with minimum loaded transmission error[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(10): 2080-2089.

amplitude, and the spiral bevel gear transmission with good meshing performance was obtained by optimization. Through simulation analysis, it was found that the loaded transmission error amplitude of the optimized high contact ratio spiral bevel gear with second-order parabolic transmission error was reduced by 34.152%, and the loaded transmission error amplitude of the innovative modification spiral bevel gear obtained by the wave tooth surface design method was reduced by 61.492%. Therefore, the wave tooth surface design method proposed can effectively improve the meshing performance of high contact ratio spiral bevel gears, laying a theoretical foundation for tooth surface modification of spiral bevel gear transmission with good meshing performance.

Key words: high contact ratio spiral bevel gear; wave tooth surface design; loaded transmission error; dynamics analysis; ease-off technology

弧齿锥齿轮因其优点而被广泛应用于直升机动力传动系统中。传统弧齿锥齿轮设计技术,即“格里森技术”,以“局部共轭原理”为基础。针对“局部共轭原理”不能直接控制齿面 2 阶接触参数的不足,Litvin 等提出了局部综合法^[1-2],首先给定大轮齿面参考点处接触迹线的切线方向、传动比函数的 1 阶导数以及瞬时接触椭圆长轴长度 3 个点接触齿面 2 阶接触参数,由点接触齿面的主曲率、主方向之间的相互关系确定小轮齿面上参考点处的主曲率、主方向,再由线接触齿面主曲率、主方向的相互关系,结合小轮的切齿方法计算小轮加工参数。由于齿面是光滑连续的,局部综合法可以预控参考点及其邻域的 2 阶接触参数,但是无法控制远离参考点处的齿面性质,因此在整个啮合过程中可能会出现接触迹线严重弯曲、接触椭圆长轴长度突变等现象。方宗德团队将局部综合法引入到国内,并对其进行了发展与完善^[3-4],首先预控齿面参考点的 1 阶、2 阶接触参数,在局部综合法的基础上进行了优化设计;进一步地,分别考虑齿轮副在小端、中部、大端啮合时的接触性能,优化可选加工参数,消除了齿轮副的 3 阶接触缺陷,达到整体上控制啮合质量的目的。传统弧齿锥齿轮的设计只能以加工为主,以近似满足设计要求为目标,确定加工参数,再根据加工后的齿面,验证是否达到设计要求,反复这一过程,称之为“被动设计”,是被动选择齿面形状的设计方法。这种方法具有一定的主观性、模糊性和不确定性,极大地依赖经验,不能满足齿轮传动的性能要求。鉴于此,奥利康公司开发了基于 ease-off 的齿面主动修形设计技术。齿轮“主动设计”是指在强度和动态性能目标下,首先确定实际工作条件时齿轮的最佳啮合印痕(齿面接触迹线、印痕位置、尺寸)和传动误差(形状、幅值),再设计出能够精确满足

以上条件的齿面及相应的加工方法。齿面主动设计技术根据齿轮传动的功能需求来设计齿面的形状参数,这对齿轮传动技术的理论发展和实际应用都有十分重要的意义。国内外专家学者围绕 ease-off 技术做了大量的研究工作。Stadtfeld 以 ease-off 技术为基础修正了小轮齿面^[5-6]。石伊蓓详细给出了 ease-off 的定义,并以此为基础提出了一种基于 ease-off 技术的螺旋锥齿轮齿面设计方法,详细阐述了 ease-off 目标齿面的构建方法以及相应的齿面设计算法,最后进行了计算机模拟仿真分析验证^[7-8]。曹雪梅等利用 ease-off 技术解决了弧齿锥齿轮高阶传动误差齿面拓扑^[9]。魏冰阳等在对 ease-off 等距变换法进行深入研究的基础上提出可对弧齿锥齿轮齿面加工参数进行分析计算的方法^[10-11]。

研究表明,承载传动误差是齿轮传动的主要振动激励之一。Kolivand 等以 ease-off 技术为基础研究了具有局部齿面偏差和全局齿面偏差的螺旋锥齿轮的承载啮合性能,并提出通过定义最佳 ease-off 齿面来降低准双曲面齿轮的承载传动误差^[12-13]。Artoni 等以 ease-off 技术为基础对齿轮齿面偏差进行了补偿,修正了小轮齿面,优化了承载传动误差^[14-15]。赵宁等以弧齿锥齿轮的部分齿面控制参数作为优化变量,利用遗传算法通过齿面修形来改善弧齿锥齿轮传动的动态特性^[16]。Simon 通过优化刀具几何形状以及齿面加工参数来确定最优的工作齿面,进而降低弧齿锥齿轮传动的承载传动误差^[17]。Astoul 等提出一种弧齿锥齿轮设计方法来减小弧齿锥齿轮的承载传动误差波动幅值^[18]。蒋进科等为提高汽车驱动桥综合传动性能,提出 ease-off 拓扑修形准双曲面齿轮齿面多目标优化设计方法^[19-20]。以降低承载传动误差为目标的齿面修形的基本思想是通过齿面修形来补

偿刚度大的啮合点位置处的轮齿变形,使齿轮传动的承载传动误差波动幅值降至最低。2阶传动误差曲线(2阶抛物线型传动误差曲线)在设计重合度小于2的低重合度齿轮传动中获得了良好的减振效果。低重合度齿轮传动的单齿从进入啮合到退出啮合经历了二齿啮合区-单齿啮合区-二齿啮合区,而目前常用的设计重合度大于2的高重合度齿轮传动的单齿从进入啮合到退出啮合经历了三齿啮合区-二齿啮合区-三齿啮合区-二齿啮合区-三齿啮合区,随着同时参与啮合的齿对数目不同,齿轮副的瞬时啮合刚度会发生周期性的变化。2阶传动误差较适合补偿低重合度齿轮传动的承载传动误差波动,进而可有效降低低重合度齿轮传动的承载传动误差波动幅值;但是它很难完全补偿高重合度齿轮传动的承载传动误差波动,也就很难有效降低高重合度齿轮传动的承载传动误差波动幅值。对一齿轮副而言,虽三齿对啮合时的瞬时啮合刚度不一定必然大于二齿对啮合时的啮合刚度,但啮合刚度的周期性变化必然与齿轮副的重合度密切相关,亦即齿面修形曲线(修形齿面几何传动误差曲线)必须与和重合度相关的啮合区的变化规律一致,理论上才能够获得承载传动误差波动幅值最小的齿轮传动。

鉴于此,本文结合 ease-off 技术提出一种改进的波动齿面设计方法,利用与高重合度相适应的7阶中凹型传动误差替代传统2阶抛物线型传动误差来对高重合度弧齿锥齿轮进行齿面设计,将高重合度弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值降至最低。

1 基于波动齿面修形的目标齿面

图1所示为满足对称性要求的中凹型传动误差曲线,定义中凹型传动误差曲线的表达式如下所示:

$$\begin{cases} \varphi_2 = \varphi_2^{(0)} + \frac{Z_1}{Z_2}(\varphi_1 - \varphi_1^{(0)}) + \delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_2 = a_0 + a_1(\varphi_1 - \varphi_1^{(0)}) + \dots + a_7(\varphi_1 - \varphi_1^{(0)})^7 \end{cases} \quad (1)$$

式中 $a_i (i=0, 1, 2, \dots, 7)$ 表示多项式系数, $Z_j (j=1, 2)$ 分别表示小轮和大轮的齿数, $\varphi_j (j=1, 2)$ 分别表示小轮和大轮的实际啮合转角, $\varphi_j^{(0)} (j=1, 2)$ 分别表示小轮和大轮的初始啮合转角。

将大轮工作面视为假想刀具切削面,根据图2所示啮合坐标系,按照预设几何传动误差展成

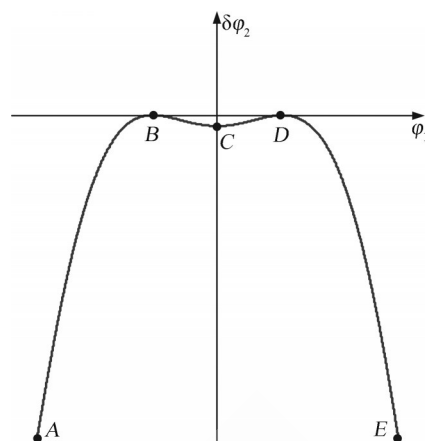


图1 几何传动误差曲线

Fig.1 Geometric transmission error curve

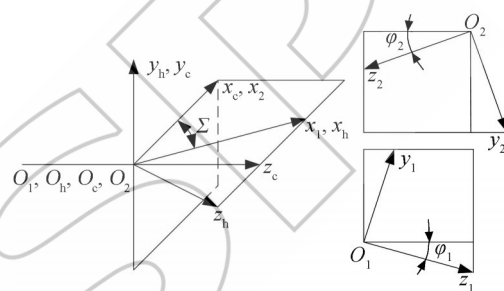


图2 小轮辅助齿面加工坐标系

Fig.2 Generating coordinate system of pinion auxiliary tooth surface

小轮辅助齿面。此时,大轮齿面与小轮辅助齿面线接触,几何传动误差等于预设几何传动误差。

小轮辅助齿面的位矢和单位法矢如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{r}'_1 = \mathbf{M}_{1h}(\varphi_1) \mathbf{M}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{n}'_1 = \mathbf{L}_{1h}(\varphi_1) \mathbf{L}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{n}_2 \\ f_{12}(s_g, \theta_g, \phi_g, \varphi_1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{M}_{h2} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & \sin \Sigma \sin \varphi_2 & -\sin \Sigma \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & -\cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \Sigma & \cos \Sigma \sin \varphi_2 & -\cos \Sigma \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{1h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ 0 & -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

根据设计重合度要求预设小轮辅助齿面上直线型接触路径。此时,小轮辅助齿面上接触路径方程如下所示:

$$y = (x - x_M) \tan(\gamma_1 + \eta - \Gamma_1) + y_M \quad (3)$$

式中 x_M, y_M 为齿面参考点 M 的坐标, η 为齿面接触

路径与根锥夹角, Γ_1 为小轮节锥角, γ_1 为小轮根锥角。

为构建小轮 ease-off 目标齿面, 需对小轮辅助齿面沿瞬时啮合线修形。首先将小轮辅助齿面离散为 i 个网格点, 则小轮辅助齿面上离散点位置处的位矢和单位法矢如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_i^0 = \mathbf{p}_i^0(s_g, \theta_g, \phi_g, \varphi_1) \\ \mathbf{n}_i^0 = \mathbf{n}_i^0(s_g, \theta_g, \phi_g, \varphi_1) \end{cases} \quad (i=1, \dots, k) \quad (4)$$

其次, 将小轮辅助齿面上离散点位置处的修正量 ζ 叠加到小轮辅助齿面上对应的离散点位置处, 可得到如图 3 所示的小轮 ease-off 目标齿面。图中虚线所示为小轮基准齿面, 实线所示为小轮 ease-off 目标齿面。

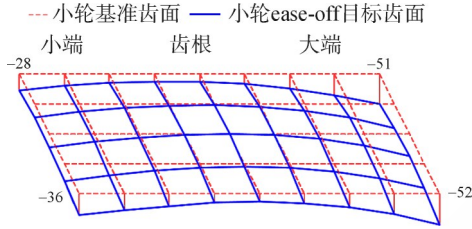


图 3 Ease-off 目标齿面 (单位: μm)

Fig.3 Ease-off target surface (unit: μm)

小轮 ease-off 目标齿面上对应离散点位置处的位矢如下所示:

$$\mathbf{p}_i^* = \mathbf{p}_i^0 + \zeta_i \mathbf{n}_i^0 \quad (i=1, \dots, k) \quad (5)$$

2 优化模型

2.1 设计变量

弧齿锥齿轮传动振动与承载传动误差有着直接关系, 承载传动误差主要受加工参数的影响。因此, 本文选取小轮加工参数作为设计变量, 主要包括优化的加工参数包括径向刀位、初始摇台角、滚比、垂直轮位、轴向轮位、床位、2 阶变性系数、3 阶变性系数、4 阶变性系数、5 阶变性系数、6 阶变性系数、7 阶变性系数。

2.2 目标函数

1) 若小轮齿面初始加工参数已知, 则小轮齿面的位矢 $\mathbf{r}_1$ 和单位法矢 $\mathbf{n}_1$ 如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(s_p, \theta_p, \phi_p, \phi_1) \\ \mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(s_p, \theta_p, \phi_p, \phi_1) \end{cases} \quad (6)$$

假设小轮齿面上离散点 i 位置处的位矢和单位法矢分别为 $\mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{n}_i$ ($i=1, 2, \dots, k$)。定义小轮齿面与小轮 ease-off 目标齿面在离散点 i 位置处的法向偏差 $\mathbf{h}_i(d)$ 如下所示:

$$\mathbf{h}_i(d) = (\mathbf{p}_i^* - \mathbf{p}_i) \mathbf{n}_i \quad (i=1, \dots, k) \quad (7)$$

式中 d 表示小轮的加工参数。

则小轮齿面和 ease-off 目标齿面法向偏差如下所示:

$$\mathbf{h}(d) = [\mathbf{h}_1(d), \mathbf{h}_2(d), \dots, \mathbf{h}_k(d)]^T \quad (8)$$

因此, 第一个目标就是降低小轮修形齿面与 ease-off 目标齿面法向偏差平方和

$$\min f_1(d) = \mathbf{h}(d)^T \mathbf{h}(d) \quad (9)$$

2) 承载传动误差是弧齿锥齿轮传动的主要振动激励, 以降低弧齿锥齿轮传动振动和噪声为目标的齿面修形的直接目标就是降低承载传动误差波动幅值。

因此, 第 2 个目标就是降低弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值

$$\min f_2(d) = \max(T_e) - \min(T_e) \quad (10)$$

式中 T_e 表示承载传动误差。

因此, 本文以小轮加工参数作为优化变量, 结合 ease-off 技术以降低弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值为目标, 建立下所示优化设计模型, 进而利用多目标优化算法反求小轮修形齿面和相应的加工参数。传统多目标优化算法通过将多目标乘以权重然后再线性相加, 进而转化成单目标优化问题来求解, 因此存在主观性强、局部最优、各目标相互制约等缺点。本文中优化目标函数与优化变量间无直接关联, 无法建立从优化变量到目标函数的精确解析表达式, 因此采用多目标遗传算法 (NSGA-II) 来求解。NSGA-II 算法采用了快速非支配排序算法和拥挤距离比较算子, 并引入了精英策略, 从而降低了计算复杂度, 保证了种群的多样性, 提高了算法的计算效率, 对于许多传统优化算法难以求解或根本无法解决的复杂问题, 非常有效。

$$\begin{cases} \min f_1(d) = \max(T_e) - \min(T_e) \\ \min f_2(d) = \mathbf{h}(d)^T \mathbf{h}(d) \\ d \in [x_1, x_2] \end{cases} \quad (11)$$

式中 x_1, x_2 分别为优化变量取值的上下限。

2.3 约束条件

1) 高重合度设计对提高弧齿锥齿轮强度与动态性能都有显著效果, 而实际重合度大于 2 且小于 3 时, 承载传动误差波动幅值有一个局部最小值点。因此, 设计重合度的取值范围取为 $[2, 3]$ 。

2) 负载增大到一定程度齿轮传动会发生边缘接触, 产生剧烈振动, 因此在齿轮设计过程中应避免发生边缘接触。承载传动误差曲线与几何传

动误差曲线无交点时,齿轮会发生边缘接触。因此,优化过程中要保证几何传动误差曲线与承载传动误差曲线有交点。

3 算 例

本文以某航空弧齿锥齿轮工作面为例进行分析研究,大轮右旋,齿数为 74,小轮左旋,齿数为 27,齿宽为 40 mm,轴交角为 87°,模数为 3.85 mm。负载为 950 N·m,输入转速为 8 000 r/min。2 阶传动误差设计齿轮初始加工参数如表 1~表 2。

为显示波动齿面设计方法在改善高重合度弧

齿锥齿轮啮合性能,降低其承载传动误差方面的优越性,本文首先以降低承载传动误差波动幅值为目标对 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮进行了优化设计。优化得 2 阶传动误差设计小轮齿面加工参数如表 2 所示,小轮齿面与基准齿面偏差如图 4 所示。图 4(a)所示为优化前小轮齿面与基准齿面偏差,图中实线所示为优化前小轮齿面,虚线所示为小轮基准齿面。图 4(b)所示为优化后小轮齿面与基准齿面偏差,图中实线所示为优化后小轮齿面,虚线所示为小轮基准齿面。进而由几何接触分析方法分析优化前后 2 阶传动误差设计齿轮传动的啮合性能,其结果如图 5 所示,优化前后弧齿锥齿轮传动的几何传动误差曲线均为 2 阶抛物线型,图中实线所示为优化前结果,虚线所示为优化后结果。

表 1 初始加工参数

Table 1 Original machining parameters

参数	大轮	小轮
径向刀位/mm	119.687	113.435
初始摇台角/(°)	-43.568	-43.276
滚比	1.083	2.841
垂直轮位/mm	0	-5.210
轴向轮位/mm	0	-3.110
床位/mm	-1.741	0.409
机床安装角/(°)	66.005	18.897
2 阶变性系数	0	0.044
3 阶变性系数	0	0.113

表 2 优化后小轮加工参数

Table 2 Machining parameter of pinion after optimization

参数	2 阶设计	改进设计
径向刀位/mm	113.435	112.547
初始摇台角/(°)	-43.276	43.098
滚比	2.841	2.820
垂直轮位/mm	-5.210	-6.024
轴向轮位/mm	-3.110	-3.594
床位/mm	0.409	0.565
机床安装角/(°)	18.897	18.897
2 阶变性系数	0.044	-0.006
3 阶变性系数	0.113	0.037
4 阶变性系数	0	2.390
5 阶变性系数	0	-5.651
6 阶变性系数	0	-60.197
7 阶变性系数	0	280.570

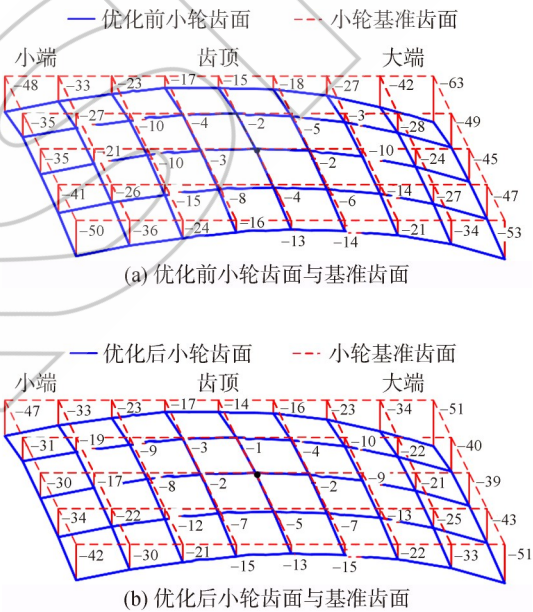


图 4 小轮 2 阶设计齿面(单位:μm)
Fig.4 Second-order tooth surface of pinion (unit:μm)

由承载接触分析方法分析优化前后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载啮合性能,结果如图 6 所示。对比分析发现,优化前 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值为 3.502",优化后仅为 2.306",与优化前相比降低了 34.152%。承载传动误差波动幅值可反映齿轮传动的振动特性。承载传动误差波动幅值越大,齿轮传动振动和噪声就越大。因此,优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载啮合性能得到明显改善。

受制造安装误差、轮齿的承载变形以及支撑

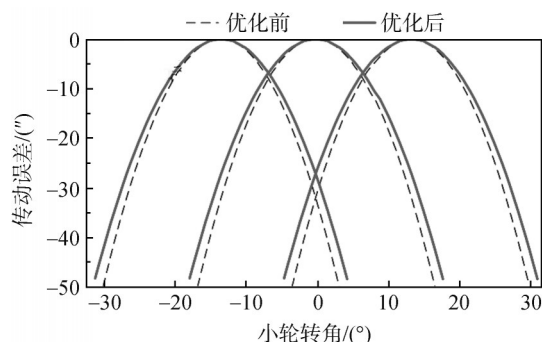


图5 优化前后2阶传动误差设计齿轮的几何传动误差

Fig.5 Geometric transmission error of gas with second-order transmission error before and after optimization

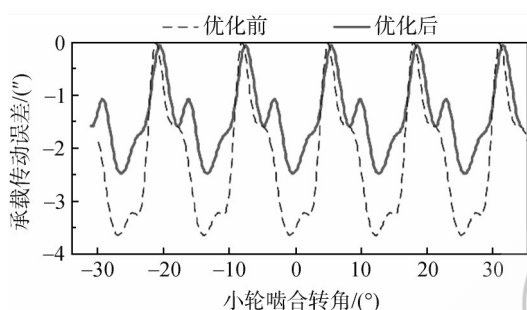


图6 优化前后2阶传动误差设计齿轮的承载传动误差

Fig.6 Loaded transmission error of gas with second-order transmission error before and after optimization

系统如箱体、轴、轴承的承载变形的影响,齿轮啮合瞬时法节不再相等,瞬时传动比也就不再为定值,因此,在齿轮的传动过程中会产生动载荷。齿轮传动过程中,由于同时参与啮合的齿对数目的变化,齿轮瞬时啮合刚度也会发生变化,进而引起动载荷。为分析动载荷对齿轮传动系统的影响,引入动载系数 K_v 。动载系数 K_v 是综合考虑大轮和小轮啮合振动而产生的内部附加动载荷影响的系数。动载系数 K_v 越大,齿轮的振动越剧烈。图7所示为弹性支承下弧齿锥齿轮动力学模型,在该模型中,忽略了齿面摩擦和扭摆振动等造成的影响,系统中共包含有8个自由度,根据集中质量法建立弧齿锥齿轮传动动力学模型,采用数值方法求解运动微分方程可得齿轮传动的动载系数^[21]。

图7中 k_{1x} 、 k_{1y} 、 k_{1z} 表示主动轮沿着 x 、 y 、 z 轴方向上的支承刚度, k_{2x} 、 k_{2y} 、 k_{2z} 分别表示被动轮沿着 x 、 y 、 z 轴方向上的支承刚度。 c_{1x} 、 c_{1y} 、 c_{1z} 分别表示主动轮沿着 x 、 y 、 z 轴方向上的阻尼, c_{2x} 、

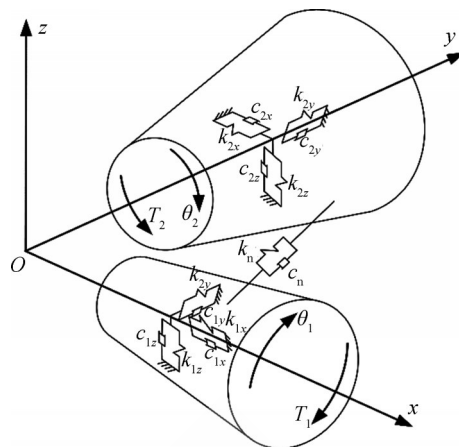


图7 弧齿锥齿轮动力学模型

Fig.7 Dynamic model of spiral bevel gear

c_{2y} 、 c_{2z} 分别表示被动轮沿着 x 、 y 、 z 轴方向上的阻尼。 k_n 表示时变啮合刚度。 c_n 表示啮合阻尼, T_1 和 T_2 分别表示主动轮和从动轮的扭矩。 θ_1 和 θ_2 分别表示主动轮和被动轮的扭转振动

根据图7所示动力学模型对优化前后2阶传动误差设计弧齿锥齿轮进行动力学分析,计算结果如图8所示。对比分析发现,优化前2阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的动载系数为1.117,优化后仅为1.081。动载系数是综合考虑大轮和小轮啮合振动而产生的内部附加动载荷影响的系数。动载系数越大,齿轮的振动越剧烈。因此,优化后2阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的振动得到明显降低,承载啮合性能得到明显改善。

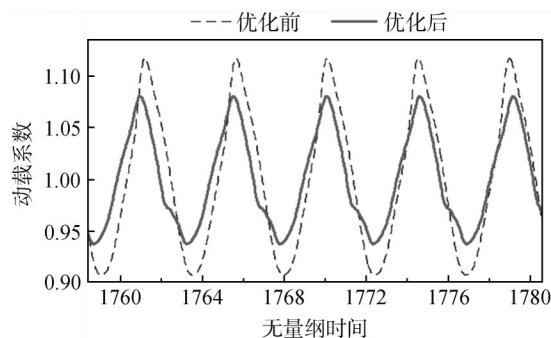
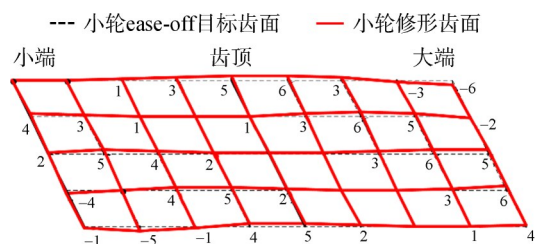


图8 优化前后2阶传动误差设计齿轮动载系数

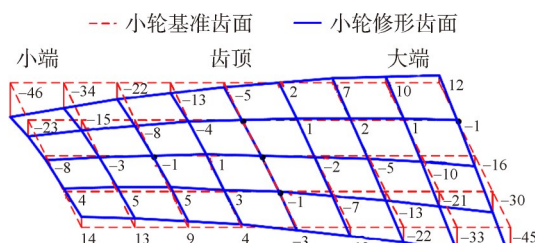
Fig.8 Dynamic load factor of gas with second-order transmission error before and after optimization

基于波动齿面设计方法和先进的 ease-off 技术,根据式(11)所示优化模型对高重合度弧齿锥齿轮进行改进优化设计,优化所得小轮修形齿面如图9所示,加工参数如表2所示。图9(a)所示为小轮修形齿面与 ease-off 目标齿面偏差,图中实

线所示为小轮修形齿面,虚线所示为 ease-off 目标齿面。分析发现,小轮修形齿面与 ease-off 目标齿面偏差很小,满足设计要求。图 9(b)所示为优化后小轮修形齿面与基准齿面偏差图,图中实线所示为小轮修形齿面,虚线所示为小轮基准齿面。



(a) 小轮修形齿面与 ease-off 目标齿面偏差



(b) 小轮修形齿面与基准齿面的偏差图

图 9 小轮修形齿面(单位: μm)

Fig.9 Pinion modification tooth surface (unit: μm)

由几何接触分析方法分析波动齿面设计方法所得改进修形弧齿锥齿轮传动的啮合性能,结果如图 10 所示,分析发现,优化所得弧齿锥齿轮传动的几何传动误差曲线为中凹型传动误差曲线,满足设计要求。

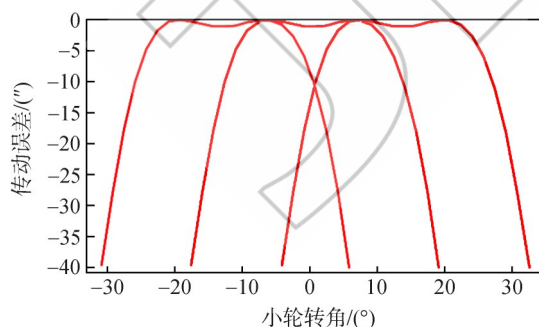
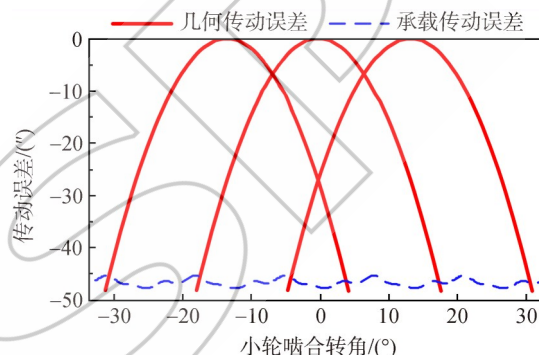


图 10 改进修形齿轮几何传动误差

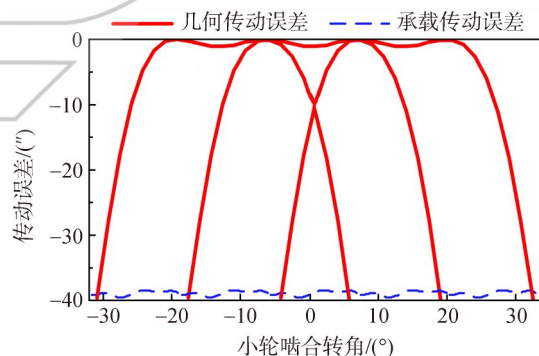
Fig.10 Geometric transmission error of improved modification gear

由承载接触分析(LTCA)方法分析优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮和改进修形弧齿锥齿轮的啮合性能,计算结果如图 11~图 13 所示。由图 11 可知,优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮

和改进修形弧齿锥齿轮在给定工况下的承载传动误差曲线和几何传动误差曲线有交点,因此两者在给定工况下均不会发生边缘接触;图 12 所示齿面接触印痕同样可证明两者在给定工况下不会发生边缘接触。由图 13 对比分析发现,改进修形弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值仅为 $0.888''$,与优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮在相同工况下的承载传动误差波动幅值($2.306''$)相比降低 61.492%。因此,文中波动齿面设计方法可极大地降低高重合度弧齿锥齿轮传动的承载传动误差,进而进一步改善其承载啮合性能。



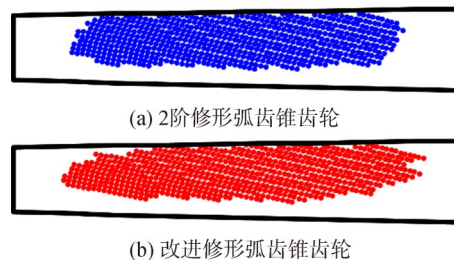
(a) 2阶修形弧齿锥齿轮



(b) 改进修形弧齿锥齿轮

图 11 几何传动误差与承载传动误差

Fig.11 Geometric transmission error and loaded transmission error



(a) 2阶修形弧齿锥齿轮

(b) 改进修形弧齿锥齿轮

图 12 齿面接触印痕(LTCA)

Fig.12 Tooth contact pattern (LTCA)

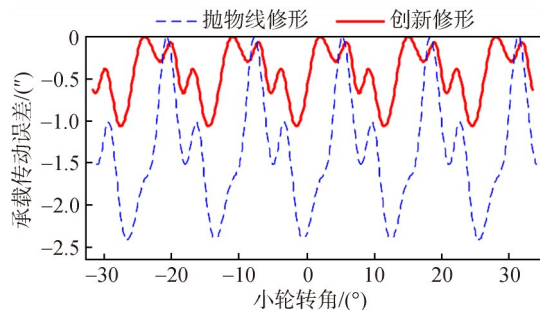


图 13 承载传动误差对比(LTCA)

Fig.13 Comparison of loaded transmission error (LTCA)

为进一步验证波动齿面设计方法的优越性,利用有限元法分析优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮和改进修形弧齿锥齿轮的承载传动误差。要保证所得承载传动误差的准确性首先要保证有限元模型的精度。而有限元模型的精度主要可分为以下两部分:大小轮齿面精度和齿轮装配精度。为保证有足够高的齿面精度,本文以齿面方程为基础,通过旋转阵列齿面离散点的位置坐标,采用 Matlab 编程方法构建高重合度弧齿锥齿轮大小轮齿面有限元网格模型,通过该方法获得的大轮齿面和小轮齿面可满足高精度要求。用离散点构建出大轮和小轮的实体模型,然后根据坐标变换原理将大轮和小轮放置在同一啮合坐标系下,即可完成弧齿锥齿轮的装配工作,获得如图 14 所示的高重合度弧齿锥齿轮七齿有限元模型,且该模型的装配精度满足要求。将装配好的弧齿锥齿轮网格另存为 inp 格式,并将其导入到有限元分析软件中,即可进行有限元分析计算。

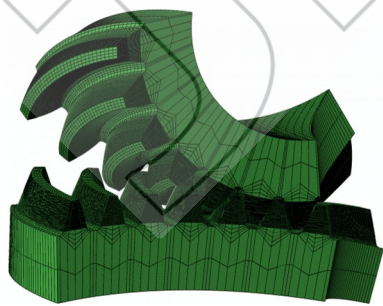


图 14 弧齿锥齿轮有限元网格模型

Fig.14 Finite element mesh model of spiral bevel gear

利用 ABAQUS 有限元分析软件对高重合度弧齿锥齿轮进行有限元建模分析时,需要设置有限元模型的初始条件,初始条件设置的是否合理关系着有限元分析结果的合理性和计算精度。主要包括以下几项:

1) 定义材料属性。大轮和小轮具有相同的材料属性,弹性模量设置为 206 GPa,泊松比设置为 0.29,密度设置为 $7\,800\text{ kg/m}^3$ 。

2) 接触设置。接触设置是对高重合度弧齿锥齿轮进行有限元仿真分析计算的关键,本文采用主从面算法,分别选择小轮工作面(凹面)和大轮工作面(凸面)作为啮合齿对的主动面和从动面,接触采用“surface to surface”的离散方法,设置为面-面无摩擦硬接触。

3) 约束条件。在对高重合度弧齿锥齿轮进行有限元分析计算的过程中,需要对有限元模型设置基本的约束条件。文中主要是采用位移约束。通过约束大轮和小轮轴线上参考点的位移,使大轮和小轮只能绕各自的轴线转动,并建立参考点和大小轮剖面间的耦合刚体约束。

4) 边界条件和负载。本文中有限元分析以静态分析为主,因此,对小轮进行全约束,大轮上施加载荷,并释放大轮绕轴线旋转的自由度,以模拟弧齿锥齿轮的啮合过程。

5) 后处理。本文在完成 ABAQUS 有限元分析计算以后,用相应的 Matlab 后处理程序将计算结果转化为弧齿锥齿轮在给定负载作用下的性能参数,从而得到所需的承载传动误差。

由有限元分析(FEA)方法计算优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮和改进修形弧齿锥齿轮的承载传动误差,结果如图 15 所示。通过有限元分析结果(图 15 所示)和承载接触分析结果(图 13 所示)的对比分析发现,尽管由承载接触分析(LTCA)方法和有限元分析(FEA)方法所得承载传动误差波动幅值略有差别,但是两种方法所得弧齿锥齿轮的承载传动误差曲线的变化规律基本一致,并且,两种方法所得承载传动误差波动幅值均为优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动较大、而改进修形弧齿锥齿轮传动较小。不但验证

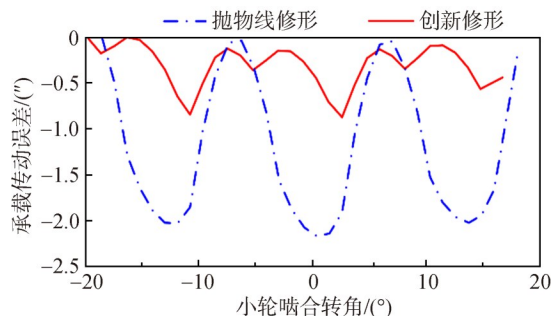


图 15 承载传动误差对比(FEA)

Fig.15 Comparison of loaded transmission error (FEA)

了文中提出的改进的波动齿面设计方法的正确性和合理性,即波动齿面设计方法可极大地降低高重合度弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值。

根据图 7 所示动力学模型对比分析优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮和改进修形弧齿锥齿轮的动态性能,结果如图 16 所示。对比分析发现,优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动动载系数为 1.081,而改进修形弧齿锥齿轮传动动载系数降为 1.019。动载系数是综合考虑大轮和小轮啮合振动而产生的内部附加动载荷影响的系数。动载系数越大,齿轮的振动越剧烈。因此,文中波动齿面设计方法可有效改善高重合度弧齿锥齿轮传动的动态性能。

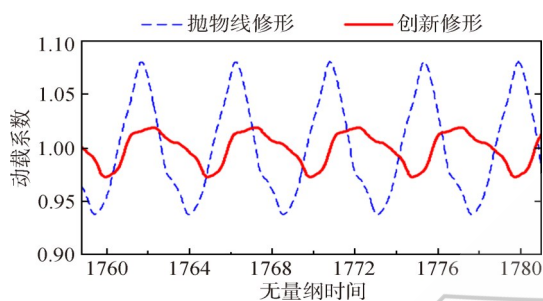


图 16 动载系数对比

Fig.16 Comparison of dynamic load factor

由于航空弧齿锥齿轮传动工况多变,因此对弧齿锥齿轮传动进行多工况下的承载接触分析和动力学分析对于在实际应用中指导弧齿锥齿轮传动的减振降噪设计具有十分重要的意义。多工况下弧齿锥齿轮传动的承载传动误差和动载系数如图 17~图 18 所示。对比分析发现,优化前 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动

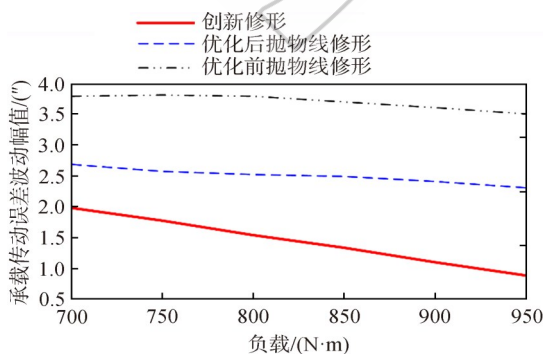


图 17 多载荷下承载传动误差对比

Fig.17 Loaded transmission error comparison under multiple loads

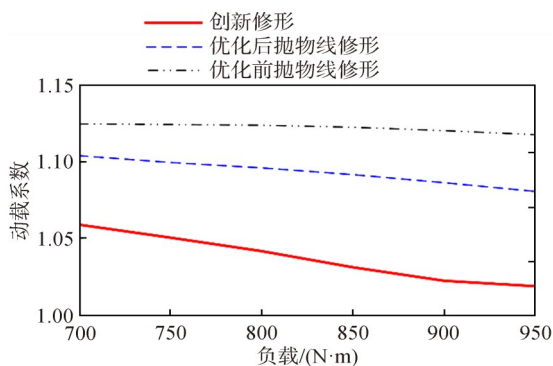


图 18 多载荷下动载系数对比

Fig.18 Dynamic load factor comparison under multiple loads

幅值和动载系数均大于优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮,而改进修形弧齿锥齿轮传动的承载传动误差幅值和动载系数均最小。因此,文中波动齿面设计方法可极大地降低高重合度弧齿锥齿轮传动的承载传动误差波动幅值和动载系数,有效地改善高重合度弧齿锥齿轮传动性能。

4 结 论

1) 弧齿锥齿轮的加工参数对承载传动误差波动幅值有显著影响,以小轮加工参数作为优化变量,以降低承载传动误差波动幅值以及小轮齿面与目标齿面法向偏差平方和为目标建立优化模型来对弧齿锥齿轮进行优化设计是合理的。优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动的承载传动误差和动载系数都有明显降低,承载啮合性能得到明显改善。

2) 与优化后 2 阶传动误差设计弧齿锥齿轮传动相比,创新修形弧齿锥齿轮传动在相同工况下的承载传动误差和动载系数均有明显降低。有限元分析结果也验证了承载接触分析结果的正确性。因此,文中波动齿面设计方法可有效地改善其承载啮合性能。

因此,文中降低承载传动误差的波动齿面设计方法可以极大地降低高重合度弧齿锥齿轮传动的振动和噪声,进而有效地改善其承载啮合性能,也可用于其他类型的齿轮传动的设计分析。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, CUTMAN Y. A method of local synthesis of gears grounded on the connection between the principal and geodetic curvatures of surfaces[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(1):114-125.
- [2] LITVIN F L, ZHANG Y. Local synthesis and tooth contact

- analysis of face-milled spiral bevel gears[R]. Chicago, US: NASA Lewis Research Center, 1991.
- [3] 田行斌, 方宗德. 弧齿锥齿轮加工参数的全局优化设计[J]. 航空动力学报, 2000, 15(1): 75-77.
TIAN Xingbin, FANG Zongde. Overall optimization on machine-tool settings of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2000, 15(1): 75-77. (in Chinese)
- [4] 张金良, 李少华, 方宗德, 等. 准双曲面齿轮的齿面优化设计[J]. 机械科学与技术, 2007, 26(3): 366-368.
ZHANG Jinliang, LI Shaohua, FANG Zongde, et al. Hypoid gear machining parameter optimization[J]. Mechanical Science and Technology, 2007, 26(3): 366-368. (in Chinese)
- [5] STADTFELD H J. The ultimate motion graph[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(9): 316-322.
- [6] STADTFELD H J. What "ease-off" shows about bevel and hypoid gears[J]. Gear Technology, 2001, 18(5): 18-23.
- [7] SHIH Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(8): 1108-1124.
- [8] SHIH Y P. Study on the flank modification of face hobbed hypoid gears[D]. Tainan, Taiwan, China: National Chung Cheng University, 2007.
- [9] 曹雪梅, 邓效忠, 聂少武. 基于共轭齿面修正的航空弧齿锥齿轮高阶传动误差齿面拓扑结构设计[J]. 航空动力学报, 2015, 30(1): 195-200.
CAO Xuemei, DENG Xiaozhong, NIE Shaowu. Ease-off flank topography design for aviation spiral bevel gears with higher-order transmission errors by modification of conjugate[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(1): 195-200. (in Chinese)
- [10] 魏冰阳, 邓效忠, 全昂鑫. 曲面综合法弧齿锥齿轮加工参数计算[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 20-25.
WEI Bingyang, DENG Xiaozhong, TONG Angxin. Surface synthesis method on generating parameters computation of spiral bevel-gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 20-25. (in Chinese)
- [11] 魏冰阳, 杨建军, 全昂鑫. 基于等距Ease-off曲面的轮齿啮合仿真分析[J]. 航空动力学报, 2017, 32(5): 1259-1265.
WEI Bingyang, YANG Jianjun, TONG Angxin. Tooth meshing simulation and analysis based on isometric mapping ease-off surface[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(5): 1259-1265. (in Chinese)
- [12] KOLIVAND M, KAHRAMAN A. A load distribution model for hypoid gears using ease-off topography and shell theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(10): 1848-1865.
- [13] KOLIVAND M, KAHRAMAN A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations[J]. Journal of Mechanical Design, 2010, 132(7): 071004.1-071004.10.
- [14] ARTONI A, BRACCI A, GABICINI M, et al. Optimization of the loaded contact pattern in hypoid gears by automatic topography modification[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1): 011008.1-011008.9.
- [15] ARTONI A, KOLIVAND M, KAHRAMAN A. An ease-off based optimization of the loaded transmission error of hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2010, 132(1): 011010.1-011010.9.
- [16] 赵宁, 康士朋. 基于遗传算法的弧齿锥齿轮动态特性优化设计[J]. 航空动力学报, 2010, 25(10): 2396-2402.
ZHAO Ning, KANG Shipeng. Optimization design of spiral bevel gears dynamic characteristics based on genetic algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10): 2396-2402. (in Chinese)
- [17] SIMON V. Design of face-hobbed spiral bevel gears with reduced maximum tooth contact pressure and transmission errors[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(3): 777-790.
- [18] ASTOUL J, MERMOZ E, SARTOR M, et al. New methodology to reduce the transmission error of the spiral bevel gears[J]. Annals - Manufacturing Technology, 2014, 63(1): 165-168.
- [19] 蒋进科, 方宗德, 刘钊. Ease-off拓扑修形准双曲面齿轮齿面多目标优化设计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(6): 44-53.
JIANG Jinke, FANG Zongde, LIU Zhao. Design of multi-objective tooth optimization for hypoid gear with ease-off topological modification[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(6): 44-53. (in Chinese)
- [20] 蒋进科, 刘钊, 彭先龙. Ease-Off修形准双曲面齿轮减振优化设计[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(5): 138-145, 152.
JIANG Jinke, LIU Zhao, PENG Xianlong. Optimization design of vibration reduction for hypoid gears with ease-off flank modification[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(5): 138-145, 152. (in Chinese)
- [21] 苏进展, 方宗德, 贺朝霞. 基于啮合特性的弧齿锥齿轮动力学研究[J]. 机械科学与技术, 2016, 35(1): 50-55.
SU Jinzhan, FANG Zongde, HE Zhaoxia. Study on dynamic of spiral bevel gears based on meshing characteristics[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2016, 35(1): 50-55. (in Chinese)

(编辑:王碧琚)